

CINEMATICA ANALITICA A UNEI VARIANTE DE MECANISM SEPING

Ion FLOREA

Universitatea Petrol-Gaze din Ploiesti

Cuvinte cheie: mecanism, seping, viteza, acceleratie

The paper presents the algorithm and the calculus relations for the analytical kinematics of a Shaping mechanism. The kinematics of this mechanism was not studied in the technical works. There were admitted real data for the kinematics elements and for the angular speed. There were drawn the graphics for the liner and angular speeds and accelerations.

Literatura de specialitate face referiri la mai multe variante de mecanism seping. Mecanismul studiat în prezenta lucrare nu a fost analizat din punct de vedere cinematic prin metode analitice în alte lucrari. Este un mecanism de clasa a treia, ordinul trei. Rezolvarea analitica a cinematicii acestui mecanism presupune utilizarea metodelor numerice si a calculatoarelor electronice.

Schema cinematica a mecanismului este prezentata în fig.1. Pentru studiul cinematicii mecanismului s-a utilizat metoda conturului vectorial închis. Contururile vectoriale închise sunt prezentate în fig.2.

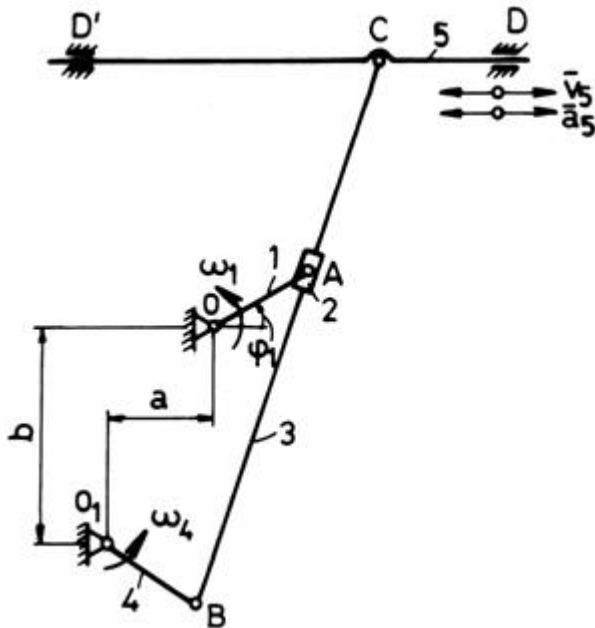


Fig. 1. Schema cinematica a mecanismului

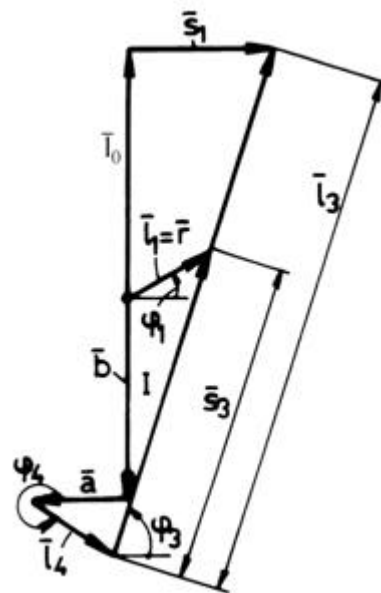


Fig. 2. Contururile vectoriale închise

Numarul contururilor independente este dat de relatia :

$$v = C - n = 7 - 5 = 2 \quad (1)$$

unde v este numarul contururilor independente ce pot fi considerate în studiul cinematicii mecanismului ;

C - numarul cuplelor cinematice ;

n – numarul elementelor cinematice mobile.

Pentru studiul cinematicii mecanismului s-au considerat contururile formate de vectorii : $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{r}$, $\bar{s}_3$, $\bar{l}_4$ (I) si vectorii : $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{l}_0$, $\bar{s}_1$, $\bar{l}_3$, $\bar{l}_4$.

Relatiile vectoriale ce se pot scrie pentru cele doua contururi vectoriale sunt date de (2).

$$\begin{aligned}\bar{b} + \bar{a} + \bar{l}_4 + \bar{s}_3 &= \bar{r} \\ \bar{b} + \bar{a} + \bar{l}_4 + \bar{l}_3 &= \bar{l}_0 + \bar{s}_1\end{aligned}\quad (2)$$

Se proiectează relațiile vectoriale (2) pe axele unui sistem ortogonal de coordonate și se obțin relațiile (3):

$$\begin{aligned}-a + l_4 \cdot \cos j_4 + s_3 \cdot \cos j_3 &= r \cdot \cos j_1 \\ -b + l_4 \cdot \sin j_4 + s_3 \cdot \sin j_3 &= r \cdot \sin j_1 \\ -a + l_4 \cdot \cos j_4 + l_3 \cdot \cos j_3 &= s_1 \\ -b + l_4 \cdot \sin j_4 + l_3 \cdot \sin j_3 &= l_0\end{aligned}\quad (3)$$

Din primele două ecuații ale relațiilor (3) se obține:

$$\operatorname{tg} j_3 = \frac{r \cdot \sin j_1 + b - l_4 \cdot \sin j_4}{r \cdot \cos j_1 + a - l_4 \cdot \cos j_4}\quad (4)$$

Ultimele două relații din (3) permit exprimarea unghiului φ_4 în funcție de φ_3 :

$$\begin{aligned}l_4 \cdot \sin j_4 &= l_0 + b - l_3 \cdot \sin j_3 \\ \cos j_4 &= \sqrt{1 - \sin^2 j_4} = \sqrt{1 - \left(\frac{l_0 + b - l_3 \cdot \sin j_3}{l_4}\right)^2} = \frac{\sqrt{l_4^2 - (l_0 + b - l_3 \cdot \sin j_3)^2}}{l_4}\end{aligned}\quad (5)$$

Cosinusul unghiului φ_4 este pozitiv deoarece, în construcția considerată, unghiul φ_4 este situat în cadranul IV al cercului trigonometric.

Introducând relațiile (5) în relația (4) se obține următoarea ecuație trigonometrică implicită în φ_1 și φ_3

$$f(j_3) = \operatorname{tg} j_3 - \frac{r \cdot \sin j_1 - l_0 + l_3 \cdot \sin j_3}{r \cdot \cos j_1 + a - \sqrt{l_4^2 - (l_0 + b - l_3 \cdot \sin j_3)^2}} = 0\quad (6)$$

care, rezolvată prin metode numerice, permite stabilirea dependentei unghiului φ_3 în funcție de φ_1 .

Cu unghiul φ_3 determinat se poate calcula unghiul φ_4 din ultima ecuație a relațiilor (3):

$$\sin j_4 = \frac{l_0 + b + l_3 \cdot \sin j_3}{l_4}; \quad j_4 = (-1)^k \cdot \arcsin \frac{l_0 + b + l_3 \cdot \sin j_3}{l_4} + k \cdot \pi, \quad (7)$$

$k=0$ pentru cazul considerat.

În continuare, din relațiile (3), se pot calcula cursa s_3 și cursa cutitului s_1 cu relațiile:

$$\begin{aligned}s_3 &= \frac{r \cdot \sin j_1 + b - l_4 \cdot \sin j_4}{\sin j_3} \\ s_1 &= -a + l_4 \cdot \cos j_4 + l_3 \cdot \cos j_3\end{aligned}\quad (8)$$

Problema cea mai importantă a determinării cinematicii acestui mecanism a constituit-o determinarea pozițiilor elementelor cinematice, prin stabilirea unghiurilor de poziție φ_3 și φ_4 în funcție de φ_1 .

Graficele de variație $\varphi_3(\varphi_1)$, $\varphi_4(\varphi_1)$, $s_3(\varphi_1)$, $s_1(\varphi_1)$ sunt redată în fig.3 și fig. 4.

Pentru trasarea acestor grafice s-a considerat un mecanism cu următoarele caracteristici geometrice și cinematice:

$$r=0,20 \text{ m}; a=0,20 \text{ m}; b=0,40 \text{ m}; l_3=1,05 \text{ m}; l_4=0,20 \text{ m}; l_0=0,50 \text{ m}; \omega_1 = 2 \text{ s}^{-1}.$$

Pentru calculul vitezelor liniare $\dot{s}_3$ și $\dot{s}_1 = v_5$ precum și al vitezelor unghiulare ω_3 și ω_4 se derivează relațiile (3) în raport cu timpul, obținându-se:

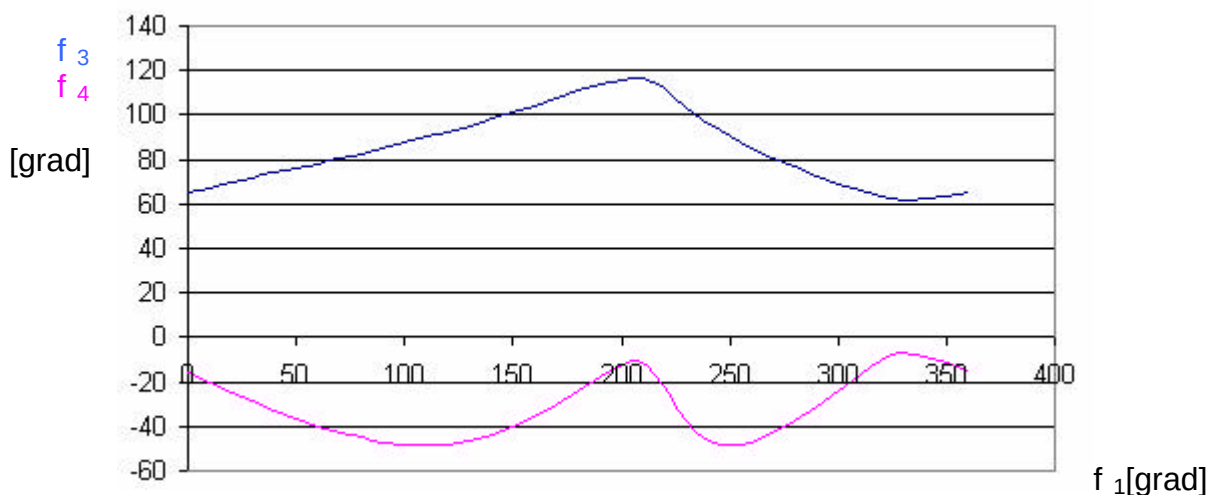
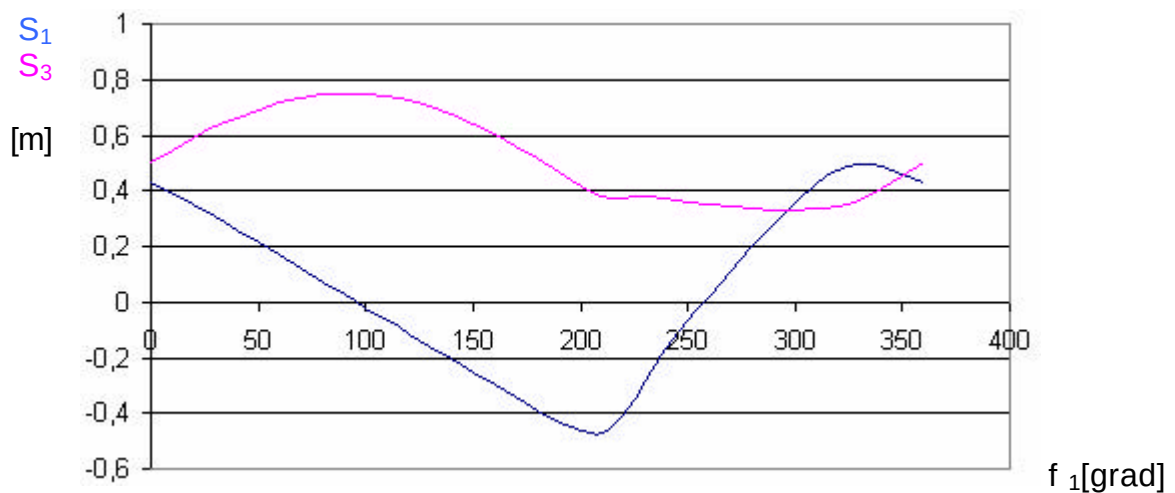


Fig.3. Variatia unghiurilor de pozitie ale elementelor cinematice 3 si 4

Fig.4. Variatia curselor elementelor cinematice 2 (s_3) si 5 (s_1)

$$\begin{aligned}
 -l_4 \cdot \dot{\varphi}_4 \cdot \sin j_4 + \dot{s}_3 \cdot \cos j_3 - s_3 \cdot \dot{\varphi}_3 \cdot \sin j_3 &= -r \cdot \dot{\varphi}_1 \cdot \sin j_1 \\
 l_4 \cdot \dot{\varphi}_4 \cdot \cos j_4 + \dot{s}_3 \cdot \sin j_3 + s_3 \cdot \dot{\varphi}_3 \cdot \cos j_3 &= r \cdot \dot{\varphi}_1 \cdot \cos j_1 \\
 -l_4 \cdot \dot{\varphi}_4 \cdot \sin j_4 - l_3 \cdot \dot{\varphi}_3 \cdot \sin j_3 &= \dot{s}_1 \\
 l_4 \cdot \dot{\varphi}_4 \cdot \cos j_4 + l_3 \cdot \dot{\varphi}_3 \cdot \cos j_3 &= 0
 \end{aligned} \tag{9}$$

Din relatiile (9), primele doua ecuatii, se scot termenii:

$$\begin{aligned}
 \dot{s}_3 \cdot \sin j_3 &= r \cdot \dot{\varphi}_1 \cdot \cos j_1 - s_3 \cdot \dot{\varphi}_3 \cdot \cos j_3 - l_4 \cdot \dot{\varphi}_4 \cdot \cos j_4 \\
 \dot{s}_3 \cdot \cos j_3 &= -r \cdot \dot{\varphi}_1 \cdot \sin j_1 + s_3 \cdot \dot{\varphi}_3 \cdot \sin j_3 + l_4 \cdot \dot{\varphi}_4 \cdot \sin j_4
 \end{aligned} \tag{10}$$

Se face raportul acestora pentru a se elimina $\dot{s}_3$, obtinându-se:

$$\operatorname{tg} j_3 = \frac{r \cdot \dot{\varphi}_1 \cdot \cos j_1 - s_3 \cdot \dot{\varphi}_3 \cdot \cos j_3 - l_4 \cdot \dot{\varphi}_4 \cdot \cos j_4}{-r \cdot \dot{\varphi}_1 \cdot \sin j_1 + s_3 \cdot \dot{\varphi}_3 \cdot \sin j_3 + l_4 \cdot \dot{\varphi}_4 \cdot \sin j_4} \tag{11}$$

De asemenea se mai exprima produsul:

$$l_4 \cdot \dot{\varphi}_4 = \frac{-l_3 \cdot \dot{\varphi}_3 \cdot \cos j_3}{\cos j_4} \tag{12}$$

obtinut din (9), ultima relatie si care, înlocuit în (12), conduce la:

$$\operatorname{tg} j_3 = \frac{r \cdot \dot{\varphi}_1 \cdot \cos j_1 + \dot{\varphi}_3 \cdot a}{-r \cdot \dot{\varphi}_1 \cdot \sin j_1 + \dot{\varphi}_3 \cdot b} \tag{13}$$

Pentru simplificarea expresiilor ce intervin s-au facut urmatoarele notatii:

$$a = l_3 \cdot \cos j_3 - s_3 \cdot \cos j_3; \quad \beta = s_3 \cdot \sin \varphi_3 - l_3 \cdot \tan \varphi_4 \cdot \cos \varphi_3 \quad (14)$$

Se obtin astfel, pentru ω_3 si ω_4 , urmatoarele expresii de lucru:

$$\omega_3 = \frac{r \cdot \omega_1 \cdot (\sin j_1 \cdot \tan j_3 + \cos j_1)}{\beta \cdot \tan j_3 - a}; \quad \omega_4 = -\frac{l_3 \cdot \cos j_3}{l_4 \cdot \cos j_4} \cdot \omega_3 \quad (15)$$

Vitezele liniare $\dot{s}_3$ si $\dot{s}_1 = v_5$ se obtin cu relatiile:

$$\dot{s}_1 = -l_4 \cdot \omega_4 \cdot \sin j_4 - l_3 \cdot \omega_3 \cdot \sin j_3; \quad \dot{s}_3 = \frac{r \cdot \omega_1 \cdot \cos j_1 - s_3 \cdot \omega_3 \cdot \cos j_3 - l_4 \cdot \omega_4 \cdot \cos j_4}{\sin j_3} \quad (16)$$

In fig.5 si fig.6 sunt reprezentate graficele vitezelor unghiulare si liniare ale marimilor calculate cu relatiile (15) si (16).

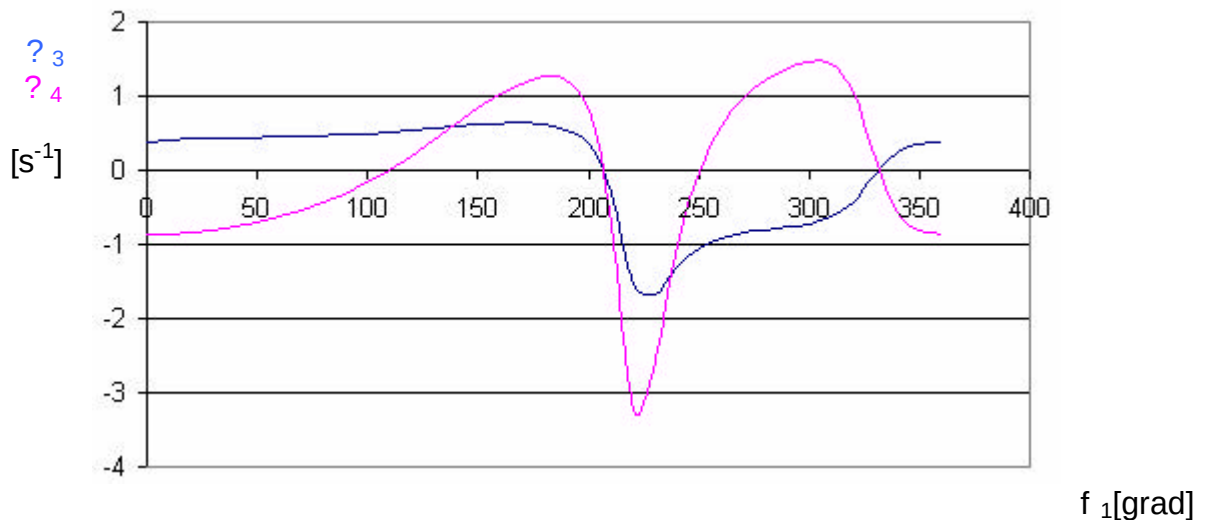


Fig.5. Variatia vitezelor unghiulare ale elementelor cinematice 3 si 4

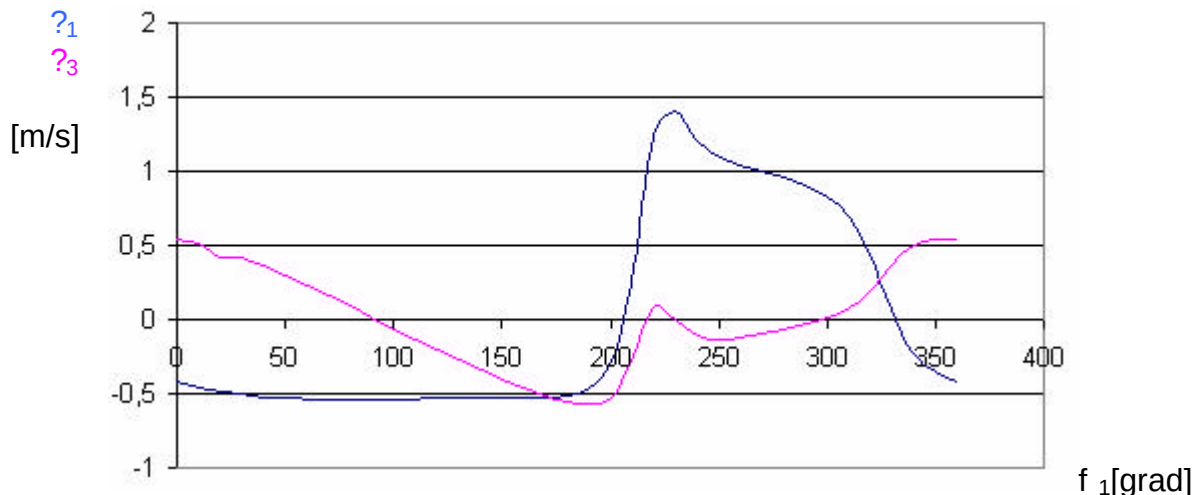


Fig.6. Variatia vitezelor liniare ale elementelor cinematice 2 (ω_3 -relativa) si 5 (ω_1)

Pentru obtinerea expresiilor de calcul ale acceleratiilor unghiulare ε_3 si ε_4 precum si ale acceleratiilor liniare $\ddot{s}_3$ si $\ddot{s}_1 = a_5$ se deriveaza în raport cu timpul relatiile (9). Se fac urmatoarele notatii:

$$u = -l_3 \cdot \tan j_4 \cdot \cos j_3 - s_3 \cdot \sin j_3; \quad w = -l_3 \cdot \cos j_3 + s_3 \cdot \cos j_3$$

$$t = l_3 \cdot \omega_3^2 \cdot \sin j_3 + 2 \cdot \dot{s}_3 \cdot \omega_3 \cdot \cos j_3 - s_3 \cdot \omega_3^2 \cdot \sin j_3 + r \cdot \omega_1^2 \cdot \sin j_1$$

$$v = -l_3 \cdot \dot{\varphi}_3^2 \cdot \sin j_3 \cdot \operatorname{tg} j_4 - l_4 \cdot \dot{\varphi}_4^2 \cdot \sin j_4 \cdot \operatorname{tg} j_4 - l_4 \cdot \dot{\varphi}_4^2 \cdot \cos j_4 - 2 \cdot \dot{s}_3 \cdot \dot{\varphi}_3 \cdot \sin j_3 - s_3 \cdot \dot{\varphi}_3^2 \cdot \cos j_3 + r \cdot \dot{\varphi}_1^2 \cdot \cos j_1 \quad (17)$$

Se obtine sistemul: $e_3 \cdot u + \ddot{s}_3 \cdot \cos j_3 + v = 0$

$e_3 \cdot w + \ddot{s}_3 \cdot \sin j_3 + t = 0$ si relatiile de lucru:

$$e_3 = \frac{v \cdot \operatorname{tg} j_3 - t}{w - u \cdot \operatorname{tg} j_3} ; \ddot{s}_3 = \frac{-t - e_3 \cdot w}{\sin j_3}$$

$$\ddot{s}_1 = -l_4 \cdot e_4 \cdot \sin j_4 - l_4 \cdot \dot{\varphi}_4^2 \cdot \cos j_4 - l_3 \cdot e_3 \cdot \sin j_3 - l_3 \cdot \dot{\varphi}_3^2 \cdot \cos j_3 \quad (18)$$

Graficele acestor marimi se regasesc în fi.7 si fig.8.

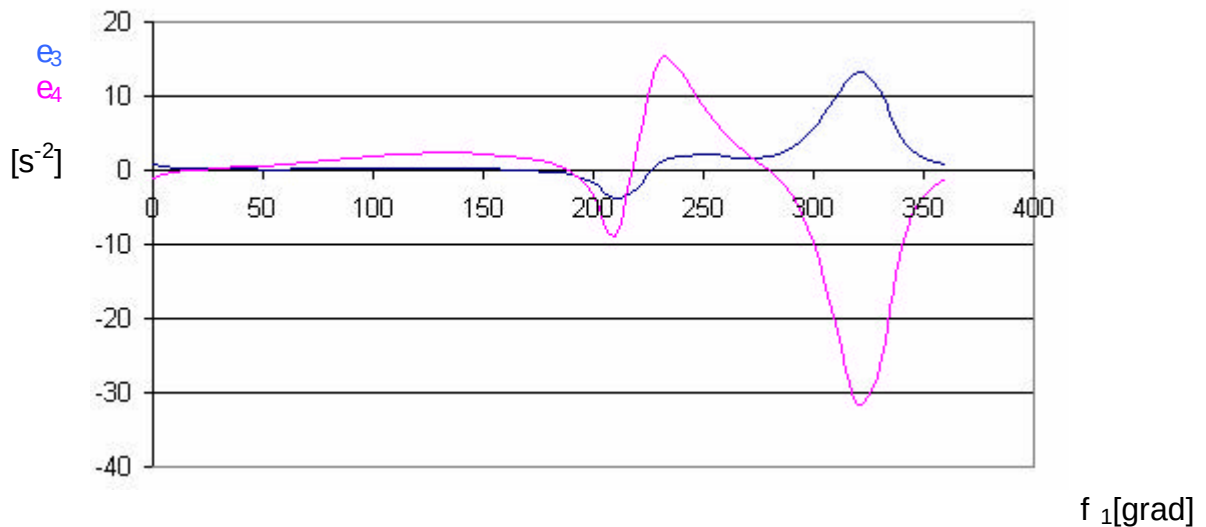


Fig.7. Variatia acceleratiilor unghiulare ale elementelor cinematice 3 si 4

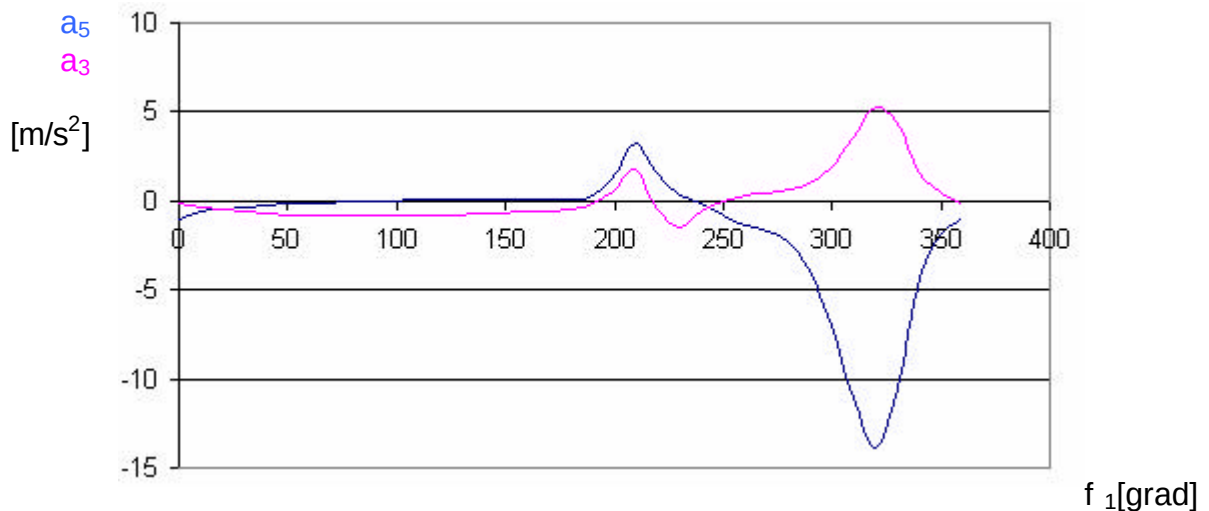


Fig.8. Variatia acceleratiilor liniare ale elementelor cinematice 2 ($\ddot{S}_3 = a_3$ - relativa) si 5 ($\ddot{S}_1 = a_5$)

Rezultatele obtinute permit realizarea unui studiu comparativ între diferite variante de mecanisme seping.

BIBLIOGRAFIE

- 1.MANOLESCU, N. s.a, - Teoria mecanismelor si a masinilor, Editura Didactica si Pedagogica, Bucuresti, 1972.
- 2.PANAIT, Gh.- Teoria mecanismelor si masinilor, Ed. UNIVERSAL CARTFIL, Ploiesti, 1998.